22 octobre 2004 pour le 01 novembre	DVM#4	Limites - Dérivées

• Exercice I

Calculer les limites suivantes en explicitant la méthode utilisée et détaillant les calculs :

$\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{1}{(1-2x)^2}$ et $\lim\limits_{x\to 2^+} \dfrac{x^2-3x+2}{(x-2)^2}$

• Exercice II

Calculer les dérivées des fonctions suivantes en explicitant la méthode utilisée :

$f(x) = \dfrac{3}{x^2+1} + \sqrt{x^2-1}$ définie sur $]-\infty\,;-1[\,\cup\,]-1\,;+\infty[$

$f(x) = \sin^2(x^2)$ définie sur IR.

• Exercice III :

On définit la fonction f sur IR+ telle que $f(x) = 6x\sqrt{x} - 3x^2 - 2x$

1°) a- Montrer que f est dérivable sur IR*+ (c'est à dire $]0\,;+\infty[$) et calculer f' sur IR*+
b- Montrer que f est dérivable en 0 et calculer $f'(0)$.
c- Montrer que f' est dérivable sur IR*+ mais pas en O. Calculer f''.

2°) a- Etudier le signe de f'' et dresser le tableau de variation de f'.
b- Déduire de la question précédente que l'équation $f'(x) = 0$ possède deux racines distinctes α et β.
c- Etudier le signe de f' et dresser le tableau de variation de f.
d- En reprenant l'expression f' et en posant $X = \sqrt{x}$, exprimer α et β.

3°) Tracer la courbe représentative de f.

• Exercice IV

La fonction définie par $\begin{cases} si\ \ x \neq 0 \quad f(x) = x^2 \sin\dfrac{1}{x} \\ \qquad\qquad f(0) = 0 \end{cases}$ est-elle dérivable en O ?